

## Exercice de modélisation d'un programme mathématique

**1. Affectation.** On souhaite extraire l'eau d'un aquifère pour satisfaire une demande variable pouvant monter jusqu'à  $d = 5000 \text{ m}^3$  par heure. On dispose de 3 pompes, notées  $k = 1, 2, 3$ , de débit maximal  $q_1 = 1500$ ,  $q_2 = 2000$  et  $q_3 = 3500 \text{ m}^3$  par heure et de 5 emplacements possibles, notés  $j = 1, 2, 3, 4, 5$ .

**Q1.** Définir des variables d'affectation des pompes aux emplacements. Préciser leur nombre et leur domaine de définition (réelles/entières/binaires, positives/bornées,...).

**Q2.** Formuler la satisfaction de la demande comme une inégalité linéaire sur ces variables.

**Q3.** Formuler la condition: la pompe 3 ne peut être installée sur l'emplacement 4.

**Q4\*.** Formuler la condition: si la pompe 3 est installée sur l'emplacement 5, alors la pompe 2 ne peut être installée sur l'emplacement 4.

**2. Coût.** Le coût d'installation d'une pompe  $k$  à un emplacement  $j$  est la somme de:

- un coût fixe  $c_j$ , en kilo-euros, qui dépend uniquement de l'emplacement  $j$ , comme suit:

$j$	1	2	3	4	5
$c_j$	3	2	4	1	1

- un coût qui dépend linéairement du débit maximal de la pompe  $k$  à raison de  $r = 100$  euros par  $\text{m}^3/\text{h}$ .

**Q5.** Déterminer la valeur du coût d'installation de la pompe 2 sur l'emplacement 1. (*Attention aux unités !*)

**Q6.** Donner la formule générale du coût d'installation de la pompe  $k$  sur l'emplacement  $j$  (en fonction de  $r$ ,  $c_j$  et  $q_k$ ).

**Q7.** Exprimer le coût total d'installation des pompes comme une fonction linéaire en les variables d'affectation de la question **Q1**.

**3. Modèle.** On veut décider de l'installation de toutes ou partie des pompes pour satisfaire la demande tout en minimisant le coût total d'installation.

**Q8.** Écrire le modèle mathématique complet. (*N'oubliez pas les contraintes implicites d'affectation !*)

**Q9.** Citer le nom d'un algorithme pouvant résoudre ce type de modèle.