

Exercice de modélisation d'un programme mathématique

1. Affectation. On souhaite extraire l'eau d'un aquifère pour satisfaire une demande variable pouvant monter jusqu'à $d = 5000 \text{ m}^3$ par heure. On dispose de 3 pompes, notées $k = 1, 2, 3$, de débit maximal $q_1 = 1500$, $q_2 = 2000$ et $q_3 = 3500 \text{ m}^3$ par heure et de 5 emplacements possibles, notés $j = 1, 2, 3, 4, 5$.

Q1. Définir des variables d'affectation des pompes aux emplacements. Préciser leur nombre et leur domaine de définition (réelles/entières/binaires, positives/bornées,...).

Q2. Formuler la satisfaction de la demande comme une inégalité linéaire sur ces variables.

Q3. Formuler la condition: la pompe 3 ne peut être installée sur l'emplacement 4.

Q4*. Formuler la condition: si la pompe 3 est installée sur l'emplacement 5, alors la pompe 2 ne peut être installée sur l'emplacement 4.

2. Coût. Le coût d'installation d'une pompe k à un emplacement j est la somme de:

- un coût fixe c_j , en kilo-euros, qui dépend uniquement de l'emplacement j , comme suit:

j	1	2	3	4	5
c_j	3	2	4	1	1

- un coût qui dépend linéairement du débit maximal de la pompe k à raison de $r = 100$ euros par m^3/h .

Q5. Déterminer la valeur du coût d'installation de la pompe 2 sur l'emplacement 1. (*Attention aux unités !*)

Q6. Donner la formule générale du coût d'installation de la pompe k sur l'emplacement j (en fonction de r , c_j et q_k).

Q7. Exprimer le coût total d'installation des pompes comme une fonction linéaire en les variables d'affectation de la question **Q1**.

3. Modèle. On veut décider de l'installation de toutes ou partie des pompes pour satisfaire la demande tout en minimisant le coût total d'installation.

Q8. Écrire le modèle mathématique complet. (*N'oubliez pas les contraintes implicites d'affectation !*)

Q9. Citer le nom d'un algorithme pouvant résoudre ce type de modèle.